Réservoir circulaire enterré : radier en éléments volumiques et plaques témoins

Modèle axisymétrique, phasage de construction, remblaiement et remplissage

THÈME
Fondations, interaction sol-structure

NIVEAU
Avancé

DURÉE INDICATIVE
1 h 30

APPLICATION
LMC_EF 2026 (version 44 ou suivante) – modèle axisymétrique

axisymétrie · radier · éléments volumiques · loi élastique linéaire · plaque témoin · réservoir · remblai · eau dans la fouille · coque de révolution

> Un réservoir circulaire de 10 m de diamètre intérieur est construit dans une fouille de 2,50 m, puis remblayé et rempli d'eau. Le radier épais et le voile périphérique sont modélisés en éléments volumiques de béton, et non en plaques. Pour obtenir leurs efforts sans intégrer les contraintes à la main, on place sur leur ligne moyenne une plaque « témoin » 1000 fois plus souple : elle suit la déformation du béton, et ses efforts multipliés par 1000 sont ceux de l'ouvrage. L'exercice montre comment dimensionner ces témoins, comment lire leurs efforts et comment vérifier le résultat.

1. Énoncé du problème et approche théorique

1.1 Présentation de l'ouvrage

Le réservoir est un cylindre de béton armé de 10,00 m de diamètre intérieur. Son radier, de 0,50 m d'épaisseur, repose au fond d'une fouille de 2,50 m de profondeur. Le voile périphérique, de 0,30 m d'épaisseur, monte jusqu'à 1,00 m au-dessus du terrain naturel ; il porte une dalle de couverture de 0,20 m. Une fois l'ouvrage construit, la fouille, talutée à 45°, est remblayée jusqu'au terrain naturel, puis le réservoir est rempli sur 2,80 m de hauteur d'eau.

Le terrain est sec : il n'y a pas de nappe. L'ouvrage et ses charges sont de révolution autour de l'axe du réservoir ; on calcule donc une seule coupe méridienne en **axisymétrie**.

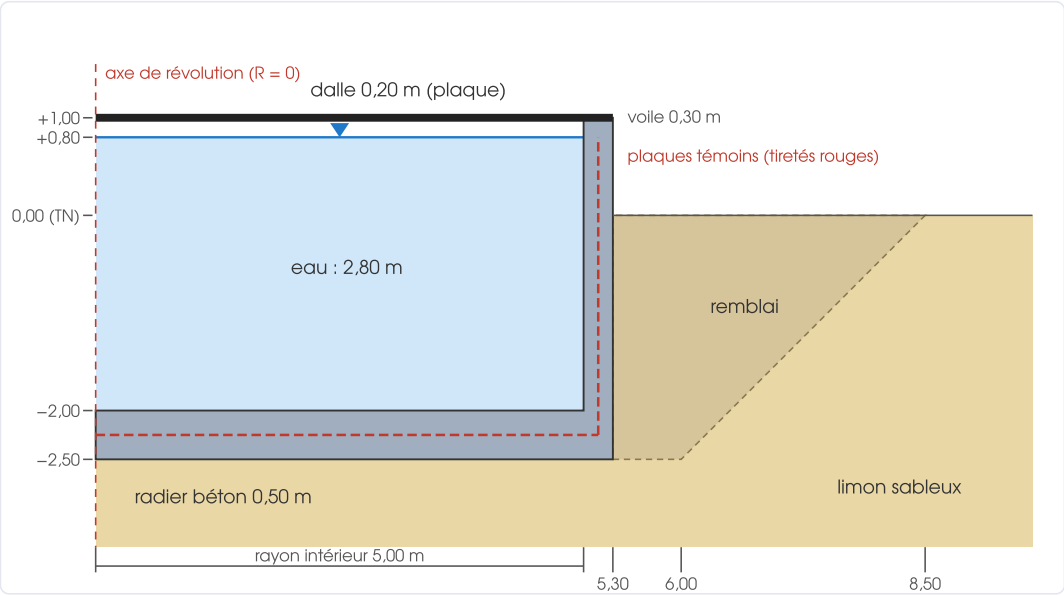


Figure 1 – Coupe méridienne schématique du réservoir (échelle dilatée, côtes en m). Le modèle s'étend jusqu'à R = 30 m et Z = −20 m.

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

1.2 Données géotechniques

Tableau 1 – Caractéristiques des sols (comportement drainé, loi de Mohr-Coulomb).

Matériau	γ (kN/m³)	c′ (kPa)	φ′ (°)	ψ (°)	E (MPa)	ν	K_0
Limon sableux (terrain en place, jusqu'à –20 m)	19	10	30	0	20	0,30	0,50
Remblai compacté	19	5	32	0	15	0,30	–

1.3 Caractéristiques du béton armé

Le radier et le voile sont des **régions** de béton, de comportement **élastique linéaire** : élasticité isotrope définie par E et ν, sans critère de rupture. Le béton ne plastifie jamais, et la cohésion, l'angle de frottement et la dilatance sont sans objet.

Tableau 2 – Matériau « Béton armé » des régions volumiques.

Paramètre	Valeur	Remarque
$\gamma = \gamma_{sat}$	25 kN/m³	poids propre du béton armé
E	30 000 MPa	module instantané ; un module de 10 000 à 20 000 MPa représenterait la fissuration ou le long terme
ν	0,2	
Comportement	élastique linéaire	colonne « Comportement » de la fenêtre Matériaux ; c′, φ′ et ψ sans objet
$k_x = k_y$	10^{-10} m/s	sans effet ici (terrain sec)

Avant la loi élastique linéaire
Jusqu'à la version 43, LMC_EF n'avait pas de loi élastique : on donnait au béton la loi de Mohr-Coulomb avec une cohésion fictive très élevée (c′ = 100 000 kPa, φ′ = ψ = 0), pour qu'il ne plastifie jamais. Les deux façons de faire donnent ici exactement les mêmes déplacements et les mêmes efforts. La loi élastique linéaire est plus claire : aucun paramètre fictif, et la mobilisation du cisaillement n'est plus calculée dans le béton, qui n'a pas de critère de rupture.

La dalle de couverture, mince, reste une plaque structurelle classique : EA = 6,25·10⁶ kN/m, EI = 20 833 kN·m²/m, w = 5 kN/m², ν = 0,2.

1.4 Le principe de la plaque témoin

Un radier volumique ne donne pas directement de moment fléchissant : LMC_EF calcule des contraintes σ'_r, σ'_z, σ'_θ dans le béton. On pourrait intégrer σ'_r sur l'épaisseur, coupe par coupe. Plus simple : on place sur la ligne moyenne du radier une plaque de raideurs k fois plus faibles que celles du radier. Solidaire des nœuds du béton, elle prend sa courbure et son allongement ; étant k fois plus souple, elle ne modifie pratiquement pas le comportement de l'ouvrage (0,1 % de raideur en plus pour k = 1000). Ses efforts, multipliés par k, sont ceux du radier :

$$M_{radier} = k \cdot M_{témoin} \qquad N_{radier} = k \cdot N_{témoin} \qquad k = 1000 \tag{1}$$

Il faut pour cela donner au témoin exactement les raideurs du volume de béton divisées par k. En axisymétrie, une plaque est une coque de révolution : ses efforts suivent $N = EA\cdot(\varepsilon_s + \nu\cdot\varepsilon_\theta)$ et $M = EI\cdot(\kappa_s + \nu\cdot\kappa_\theta)$, ce qui correspond à une plaque de béton d'épaisseur e si

$$EA = \frac{E\,e}{1-\nu^2} \qquad EI = \frac{E\,e^3}{12\,(1-\nu^2)} \qquad \nu_{plaque} = 0{,}2 \tag{2}$$

Question préalable
Calculez EA et EI du témoin du radier (e = 0,50 m) et du témoin du voile (e = 0,30 m) pour k = 1000.

▼ Voir la réponse

Radier : EA = 30·10⁶ × 0,50 / 0,96 / 1000 = **15 625 kN/m** ; EI = 30·10⁶ × 0,125 / (12 × 0,96) / 1000 = **325,52 kN·m²/m**.
Voile : EA = 30·10⁶ × 0,30 / 0,96 / 1000 = **9 375 kN/m** ; EI = 30·10⁶ × 0,027 / (12 × 0,96) / 1000 = **70,31 kN·m²/m**.

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

Sans le terme $1 - \nu^2$, les efforts seraient sous-estimés de 4 %.

2. Construction du modèle dans LMC_EF

2.1 Choix de modélisation

- **Géométrie axisymétrique** : X devient le rayon R ; le modèle couvre R = 0 à 30 m et Z = −20 à +1 m.
- **Radier et voile en régions de béton**, superposées au sol : elles portent le matériau du sol à l'état initial, sont terrassées, puis réactivées en « Béton armé ». Elles démarrent alors sans contrainte, comme un béton coulé en place.
- **Deux plaques témoins** (raideurs ÷ 1000) sur les lignes moyennes du radier (Z = −2,25 m) et du voile (R = 5,15 m) ; la dalle est une plaque réelle.
- **Eau du réservoir** : option « eau dans la fouille » de la phase de remplissage. La pression hydrostatique est appliquée sur toutes les faces du béton en contact avec l'intérieur du réservoir, sans charge à saisir.
- **Contact sol-béton** : les interfaces n'existent que sur les plaques ; le béton volumique est donc parfaitement adhérent au sol.

> **Fichiers de données**
> Le projet complet se charge avec le bouton **Charger projet** à partir du fichier LMC_EF_reservoir_radier_volumique.xlsx. Le fichier LMC_EF_reservoir_coques.xlsx contient le même ouvrage modélisé en plaques seules, utilisé au chapitre 3 pour la comparaison.

2.2 Saisie du modèle pas à pas

1 Géométrie et matériaux

Dans le panneau de gauche, choisissez la géométrie **axisymétrique**. Ouvrez **Matériaux** et saisissez les trois matériaux. Pour le béton armé, choisissez **Élastique linéaire** dans la colonne **Comportement** : les champs c', φ' et ψ ne servent plus.



Figure 2 – Les trois matériaux : limon sableux et remblai (Mohr-Coulomb), béton armé (élastique linéaire).

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

2 Régions

Dessinez les sept régions dans l'ordre du tableau. La dernière de la liste l'emporte là où elles se superposent.

Tableau 3 – Régions du modèle.

N°	Région	Matériau	Points (R ; Z)
1	Sol	Limon sableux	(0 ; –20) (30 ; –20) (30 ; 0) (0 ; 0)
2	Intérieur sous le TN	Limon sableux	(0 ; –2) (5 ; –2) (5 ; 0) (0 ; 0)
3	Intérieur hors sol	Limon sableux (toujours inactive)	(0 ; 0) (5 ; 0) (5 ; 1) (0 ; 1)
4	Radier	Limon sableux, puis Béton armé	(0 ; –2,5) (5,3 ; –2,5) (5,3 ; –2) (0 ; –2)
5	Voile enterré	Limon sableux, puis Béton armé	(5 ; –2) (5,3 ; –2) (5,3 ; 0) (5 ; 0)
6	Voile hors sol	Béton armé	(5 ; 0) (5,3 ; 0) (5,3 ; 1) (5 ; 1)
7	Fouille talutée puis remblai	Limon sableux, puis Remblai	(5,3 ; –2,5) (6 ; –2,5) (8,5 ; 0) (5,3 ; 0)

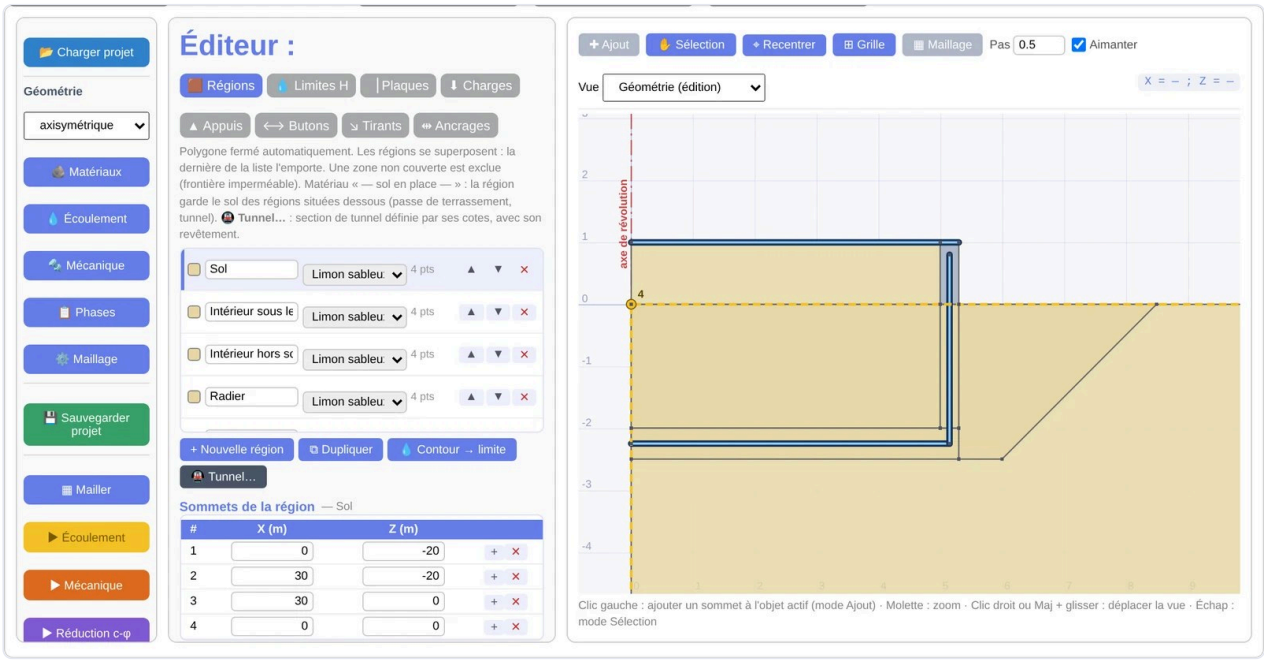


Figure 3 – Les régions autour du réservoir (vue rapprochée de l'éditeur).

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

3 Plaques témoins et dalle

Dans l'onglet **Plaques**, créez trois plaques structurelles :

Tableau 4 – Plaques du modèle (EA en kN/m, EI en kN·m²/m, w en kN/m²).

Plaque	Points (R ; Z)	EA	EI	w	ν	Interface
Témoin radier	(0 ; –2,25) (5,15 ; –2,25)	15 625	325,52	0	0,2	non
Témoin voile	(5,15 ; –2,25) (5,15 ; 0,8)	9 375	70,31	0	0,2	non
Dalle de couverture	(0 ; 1) (5,3 ; 1)	$6{,}25{\cdot}10^{6}$	20 833	5	0,2	non

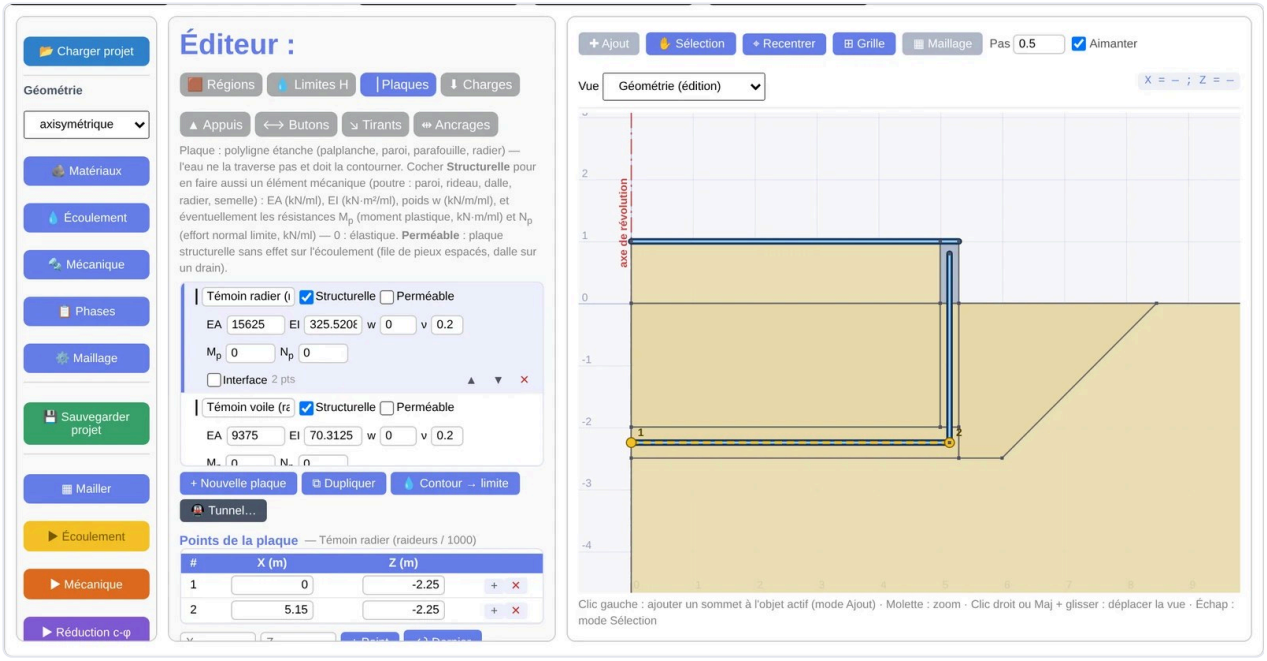


Figure 4 – Le témoin du radier sélectionné : raideurs divisées par 1000, poids nul, interface décochée.

⚠ **Réglages indispensables d'une plaque témoin**

- **Interface décochée** : une interface couperait le béton en deux couches qui glisseraient l'une sur l'autre.
- **w = 0** : le poids du béton est déjà compté par γ = 25 kN/m³ dans la région.
- **$M_p = N_p = 0$** : le témoin reste élastique.
- Le témoin du voile s'arrête à Z = +0,80 m, sans toucher la dalle : sinon la rotation de la dalle, raide, imposerait au bout du témoin une courbure qui n'est pas celle du béton.

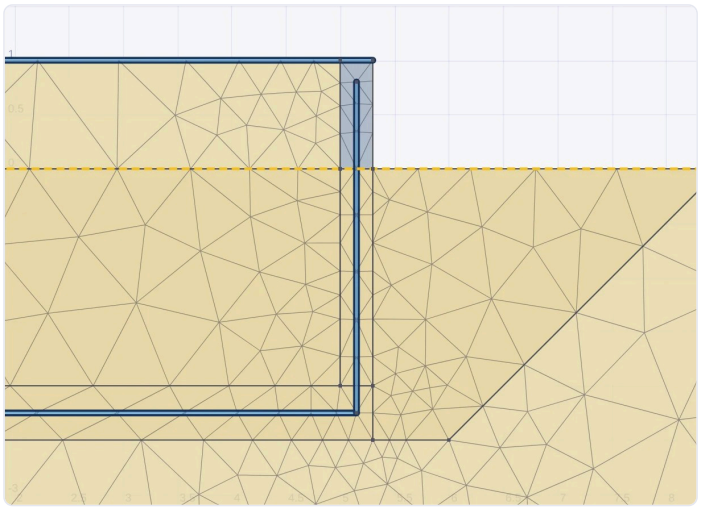
© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

4 Maillage

Ouvrez **Maillage** : h = 1 m, raffinement local ×6, éléments à 6 nœuds. Les plaques témoins imposent une ligne de nœuds au milieu du béton : le radier et le voile ont ainsi deux éléments dans leur épaisseur.



a) paramètres



b) maillage à l'angle radier-voile

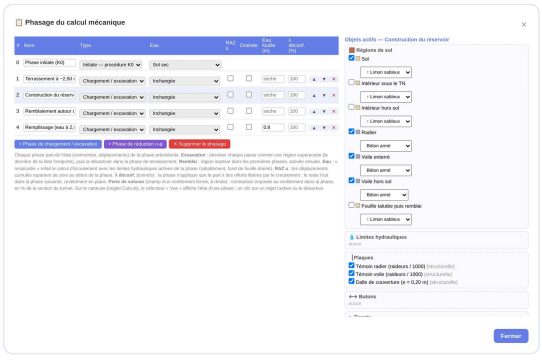
Figure 5 – Maillage du modèle : environ 1 700 éléments.

2.3 Phasage du calcul

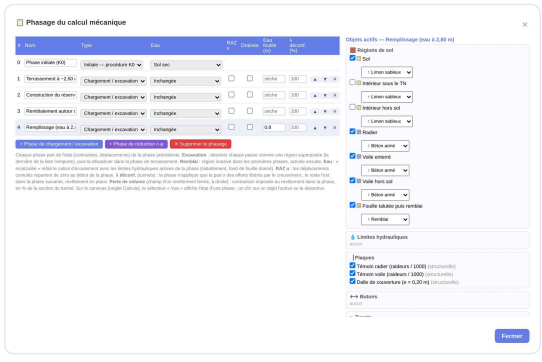
Ouvrez **Phases** et construisez les cinq phases suivantes. Dans **Mécanique**, choisissez la méthode **Newton modifiée**, plus robuste quand le remblai, peu cohésif, glisse le long du voile.

Tableau 5 – Phases du calcul.

N°	Phase	Régions actives (matériau changé)	Plaques	Eau dans la fouille
0	Phase initiale (K_0)	1, 2, 4, 5, 7	–	sèche
1	Terrassement à –2,50 m	1	–	sèche
2	Construction du réservoir	1, 4, 5, 6 (4, 5, 6 : Béton armé)	les trois	sèche
3	Remblaiement autour du voile	1, 4, 5, 6, 7 (7 : Remblai)	les trois	sèche
4	Remplissage (eau à 2,80 m)	1, 4, 5, 6, 7	les trois	0,8 m



a) phase 2 : régions réactivées en béton



b) phase 4 : niveau d'eau 0,8 m

Figure 6 – La fenêtre des phases.

L'eau du réservoir par l'option « eau dans la fouille »
Le niveau 0,8 m saisi dans la colonne **Eau fouille** applique la pression $\gamma_w \cdot (0{,}8 - z)$ sur les faces des éléments actifs en contact avec les régions terrassées situées sous ce niveau, ici l'intérieur du réservoir : 28 kPa sur le radier et une pression croissant de 0 à 28 kPa le long du voile. La région « Intérieur hors sol », toujours inactive, sert seulement à mailler cet espace.

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

2.4 Lancement du calcul

Lancez ▶ Mécanique. Le calcul des cinq phases dure environ une seconde.

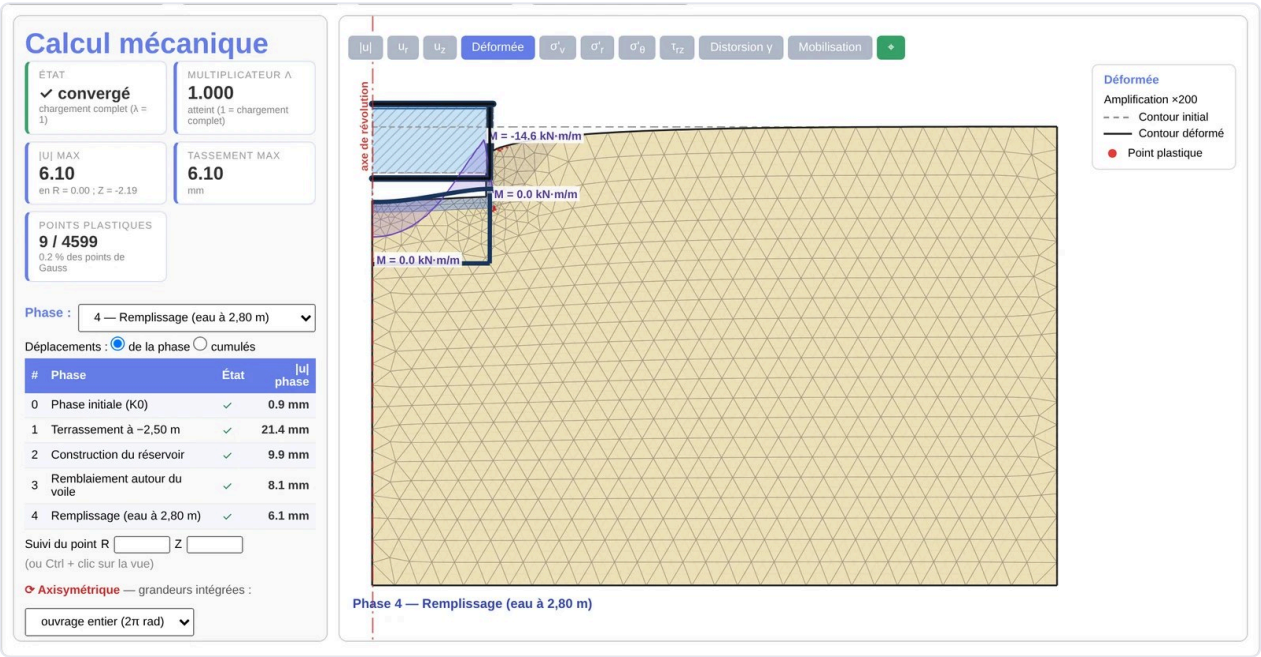


Figure 7 – Phase 4 : déformée due au remplissage (déplacements de la phase, amplification ×200).

3. Résultats et commentaires

3.1 Lire les efforts des plaques témoins

La fenêtre Efforts dans les structures affiche les efforts avec une décimale : ceux des témoins, de l'ordre de 0,01 kN·m/m, y apparaissent comme « 0,0 ». On les lit dans l'export : sélectionnez la phase, cliquez sur ↓ Export .xlsx sous les résultats mécaniques, puis ouvrez la feuille **Plaques**. Les colonnes N, T, M, N_θ et M_θ y sont données en valeur exacte ; il suffit de les multiplier par 1000.

Tableau 6 – Extrait de la feuille « Plaques » en phase 4 (témoin du radier, au centre).

Grandeur	Valeur exportée	× 1000
M (kN·m/m)	0,0101	10,1
N (kN/m)	0,0031	3,1

Conventions de signe
N > 0 et N_θ > 0 : traction. Radier et dalle (plaques décrites de l'axe vers le voile) : M > 0 quand la fibre inférieure est tendue. Voile (décrit de bas en haut) : M > 0 quand la face extérieure est tendue. Ces conventions ont été vérifiées par l'intégration des contraintes (section 3.4).

3.2 Déplacements

Tableau 7 – Déplacements verticaux cumulés (mm, + vers le haut).

Fin de phase	Radier, centre	Radier, bord (R = 5 m)	Terrain naturel contre le voile
2 – Construction	+14,6	+10,3	−6,9
3 – Remblaiement	+8,8	+3,9	−13,3
4 – Remplissage	**+2,7**	**−1,3**	**−18,5**

Le terrassement décharge le fond de fouille de 47,5 kPa ; l'ouvrage vide, plus léger que le terrain enlevé, reste soulevé de 14,6 mm au centre après sa construction. Le remblai, posé autour du réservoir, enfonce l'ensemble de 5,8 mm. Le remplissage provoque un tassement de 6,1 mm au centre et de 5,2 mm au bord.

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

Ordre de grandeur du tassement dû au remplissage

Pour une fondation circulaire rigide de rayon a, chargée par q sur un massif élastique semi-infini, $s = \pi \cdot q \cdot a \cdot (1 - \nu^2) / (2E)$. Que donne cette formule pour q = 28 kPa et a = 5 m ?

▼ Voir la réponse

$s = \pi \times 28 \times 5 \times 0{,}91 / (2 \times 20\,000) = 0{,}010$ m, soit 10 mm. Le calcul donne 6,1 mm : sous le radier, le limon n'a que 17,5 m d'épaisseur jusqu'à la base du modèle, supposée indéformable, et la fondation est encastrée de 2,50 m. Les deux effets réduisent le tassement d'environ un tiers.

3.3 Efforts dans le radier, le voile et la dalle

Tableau 8 – Efforts lus sur les témoins (× 1000) et sur la dalle, en fin de phase (kN·m/m et kN/m).

Grandeur	Phase 2 construction	Phase 3 remblaiement	Phase 4 remplissage
Radier : M au centre	−7,1	−29,4	+10,1
Radier : M à R = 4,80 m	+3,1	+17,2	−6,3
Radier : N au centre	−16,0	−40,1	+3,1
Voile : M en pied (Z = −2 m)	+5,2	+18,5	−2,7
Voile : N_θ maximal	+59,8	+81,6	+44,4
Dalle : M au centre / au bord	+10,4 / −14,6	+10,4 / −14,6	+10,4 / −14,6

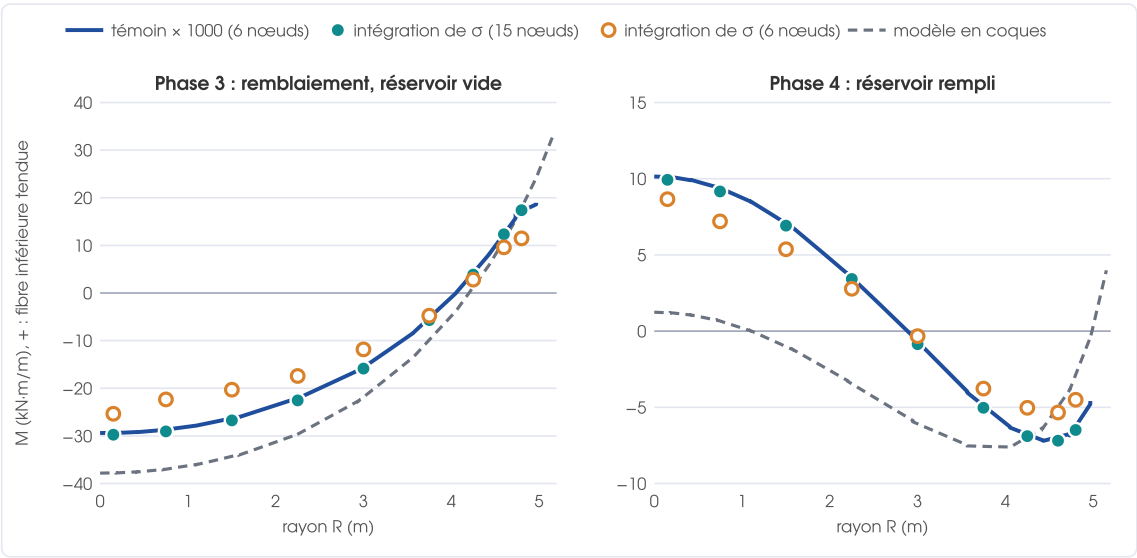


Figure 8 – Moment méridien du radier : plaque témoin, intégration des contraintes du béton et modèle en coques.

Après le remblaiement, le réservoir est vide : le remblai charge le terrain tout autour, alors que le fond de fouille, déchargé, reste soulevé. Le radier se cintre vers le haut : le moment au centre vaut −29,4 kN·m/m, la fibre supérieure est tendue. C'est le cas le plus défavorable pour la nappe d'armatures supérieure, et il n'existe que si l'on modélise le remblaiement.

Le remplissage ajoute +39,5 kN·m/m au centre et ramène le radier en flexion modérée, fibre inférieure tendue (+10,1 kN·m/m). Les contraintes restent faibles : au centre, en phase 3, $\sigma = 6M/e^2 = 0{,}71$ MPa.

3.4 Vérifications

▸ La dalle de couverture

Une plaque circulaire encastrée sur son contour, de rayon a, sous une charge uniforme q, porte au centre un moment $q \cdot a^2 \cdot (1 + \nu)/16$ et sur son contour $-q \cdot a^2/8$. Pour q = 5 kPa et a = 5,0 m : 9,4 kN·m/m au centre et −15,6 kN·m/m au bord. Le calcul donne 10,4 et −14,6 kN·m/m : la tête du voile tourne un peu, l'encastrement n'est pas parfait.

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

▸ Plaque témoin et intégration des contraintes

On peut aussi intégrer σ'_r sur l'épaisseur du radier, à partir de la feuille « Noeuds » de l'export : $N = \int \sigma \, dz$ et $M = -\int \sigma \cdot (z - z_m) \, dz$. Le tableau compare les deux méthodes.

Tableau 9 – Moment du radier (kN·m/m) : témoin et intégration des contraintes, en 6 et en 15 nœuds.

Grandeur	Témoin 6 nœuds	Témoin 15 nœuds	Intégration 15 nœuds	Intégration 6 nœuds
Phase 3, centre	–29,4	–29,7	–29,8	–25,4
Phase 3, R = 4,80 m	+17,2	+17,0	+17,4	+11,5
Phase 4, centre	+10,1	+10,0	+9,9	+8,7
Phase 4, R = 4,80 m	–6,3	–6,3	–6,5	–4,5

Le témoin donne le même résultat en 6 et en 15 nœuds, et coïncide avec l'intégration des contraintes en 15 nœuds. En revanche, l'intégration à partir d'un calcul à 6 nœuds sous-estime le moment de 12 à 35 %.

> ⚠ **Pourquoi l'intégration échoue en 6 nœuds**
> Avec les éléments à 6 nœuds, la contrainte exportée en un nœud est la moyenne des contraintes moyennes des éléments qui l'entourent. Avec deux éléments dans l'épaisseur, cette moyenne écrase le gradient de contrainte de flexion, donc le moment. Avec les éléments à 15 nœuds, les contraintes sont extrapolées aux nœuds et l'intégration devient juste. La plaque témoin, elle, ne dépend pas des contraintes mais de la déformation : elle est fiable dès 6 nœuds.

▸ Comparaison avec un modèle en coques

Le fichier LMC_EF_reservoir_coques.xlsx modélise le même ouvrage en plaques seules : radier posé au fond de fouille (Z = –2,50 m), voile sur son axe (R = 5,15 m), mêmes phases. L'eau y est appliquée par des charges réparties, car l'option « eau dans la fouille » chargerait le radier à son niveau, 0,50 m trop bas. Pour que la pression atteigne aussi la partie hors sol du voile, la partie hors sol de l'intérieur du réservoir est occupée, pendant le remplissage, par un matériau « Air (fictif) » élastique linéaire, sans poids ni raideur notables (E = 0,1 MPa) : une charge répartie ne s'applique qu'aux faces d'éléments actifs.

Tableau 10 – Modèle volumique avec témoins et modèle en coques (kN·m/m).

Grandeur	Volumique + témoins	Coques
Phase 3 : M radier au centre	–29,4	–37,8
Phase 3 : M voile en pied	+18,5	+32,8
Phase 4 : M radier au centre	+10,1	+1,2
Effet du seul remplissage : ΔM radier au centre	+39,5	+39,1
Dalle : M au centre	+10,4	+10,6

L'effet du remplissage est le même dans les deux modèles : c'est une flexion classique de plaque sur sol. L'effet du remblaiement, en revanche, est plus fort de 30 % dans le radier et presque double en pied de voile dans le modèle en coques. Celui-ci concentre l'angle radier-voile en un point et place le frottement du sol sur l'axe même de la plaque ; dans le modèle volumique, le pied du voile est un nœud de béton de 0,50 × 0,30 m, et le frottement du sol s'exerce à 0,25 m sous la ligne moyenne du radier. Ces détails pèsent lorsque l'effort vient de déplacements différentiels du terrain, comme ici sous l'effet du remblai.

3.5 L'effort d'anneau dans le voile

Le voile est un anneau très raide : sa raideur radiale vaut $EA/R^2 \approx 350$ MPa/m. Un déplacement radial de 0,03 mm suffit à y créer un effort N_θ de l'ordre de 55 kN/m ($N_\theta = EA \cdot u_r / R$). L'effort d'anneau n'est donc pas gouverné par la pression de l'eau ou des terres, mais par les déplacements imposés au pied du voile par la flexion du radier : en phase 3, le radier cintré vers le haut écarte le pied du voile, qui se met en traction (N_θ jusqu'à 82 kN/m). Cette grandeur dépend fortement de la façon de représenter l'angle radier-voile ; elle mérite une vérification séparée avant d'être utilisée pour ferrailler le voile.

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés

3.6 Conclusion

✅ **À retenir**

- Un radier ou un voile épais se modélise par une région de béton de comportement élastique linéaire : E et ν du béton, $\gamma = 25$ kN/m³.
- Une plaque témoin, de raideurs $E{\cdot}e/(1-\nu^2)$ et $E{\cdot}e^3/[12(1-\nu^2)]$ divisées par 1000, sans interface ni poids, donne les efforts de l'ouvrage, à lire dans l'export et à multiplier par 1000. Elle est fiable dès les éléments à 6 nœuds.
- L'intégration des contraintes exportées n'est fiable qu'avec les éléments à 15 nœuds.
- Le remblaiement autour d'un réservoir vide peut gouverner le dimensionnement du radier (fibre supérieure tendue) : il faut le modéliser.
- L'effort d'anneau d'un voile circulaire dépend de déplacements de quelques centièmes de millimètre : c'est une grandeur sensible, à interpréter avec prudence.

Références

1. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. (1959). *Theory of Plates and Shells*, 2e édition. McGraw-Hill, New York.
2. Guide d'utilisation LMC_EF 2026, LeLabGeolPack.com : chapitres 3.7 (éléments structuraux), 3.10 (axisymétrie), 3.13 (matériaux élastiques linéaires : les éléments en béton) et tutoriel 2.13 (puits circulaire).

© 2018–2026 www.lelabgeolpack.com. Tous droits réservés